Roll No:-_____

(Sem - IV) Diploma Exam 2024 (Even)

(ARTIFICIAL INTELLIGENCE(AI) AND MACHINE LEARNING) (Theory)

[Time: 3 Hours] Mathematics (Probability and Statistics) (2044401) [Full. Marks: 70]

- All questions are compulsory. (सभी प्रश्न अनिवार्य है |)
- Marks are mentioned on the right side of each question. (अंक सभी प्रश्न के दाई ओर अंकित किये है|)

Group (A) (ग्रुप -ए)

Q.1	**Answer all questions as directed.** (2x10=20) **(निर्देशानुसार सभी प्रश्नों के उत्तर दें)**	**Marks**	**CO**	**BL**
a)	The value of the function $f(x) = x^2 - 3x + 2$ at $x = 1$ is _____. (0 / -2 / 1 / -1) $x = 1$ पर फलन $f(x) = x^2 - 3x + 2$ का मान _____ है। (0 / -2 / 1 / -1)	2	1	2
b)	The degree of the polynomial $5x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x + 7$ is _____. (2 / 3 / 4 / 5) बहुपद $5x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x + 7$ का घात _____ है। (2 / 3 / 4 / 5)	2	1	2
c)	The cross product of two parallel vectors is a zero vector. (True / False) दो समांतर सदिशों का क्रॉस प्रोडक्ट शून्य सदिश होता है। (सत्य/असत्य)	2	3	1
d)	A matrix in which all elements except those on the main diagonal are zero is called a _____. (Identity matrix / Diagonal matrix / Null matrix / Symmetric matrix) एक मैट्रिक्स जिसमें मुख्य विकर्ण पर स्थित तत्वों को छोड़कर सभी तत्व शून्य होते हैं उसे _____ कहा जाता है। (आइडेंटिटी मैट्रिक्स / विकर्ण मैट्रिक्स / शून्य मैट्रिक्स / सिमेट्रिक मैट्रिक्स)	2	3	1
e)	$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 3x}{\sin 4x}$=..... (1 / 0 / $\frac{4}{3}$ / $\frac{3}{4}$) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 3x}{\sin 4x}$=..... (1 / 0 / $\frac{4}{3}$ / $\frac{3}{4}$)	2	2	2
f)	If a function is differentiable at a point, then it is also _____ at that point. (Integrable / Continuous / Increasing / Decreasing) यदि कोई फलन किसी बिंदु पर अवकलनीय है, तो वह उस बिंदु पर _____ भी है। (एकीकृत / सतत / बढ़ता / घटता)	2	2	1
g)	Match the following: 1. Probability of an event — A. 1 - P(A) 2. Complementary event — B. P(A) C. P(A) - 1 निम्नलिखित का मिलान करें:	2	4	1

1. किसी घटना की प्रायिकता 2. पूरक घटना	A. 1 - P(A) B. P(A) C. P(A) - 1			
h) Two events are considered dependent if the occurrence of one event _____ the probability of the other event. (Does not affect / Increases / Decreases / Changes) दो घटनाओं को आश्रित माना जाता है यदि एक घटना की घटना दूसरी घटना की संभावना को _____ करती है। (प्रभावित नहीं करता / बढ़ाता / घटाता / बदलता है)		2	4	1
i) The process of collecting data from a subset of a larger population to make inferences is called _____. (Census / Sampling / Survey / Experiment) अनुमान लगाने के लिए एक बड़ी आबादी के उपसमूह से डेटा एकत्र करने की प्रक्रिया को _____ कहा जाता है। (जनगणना / नमूनाकरण / सर्वेक्षण / प्रयोग)		2	5	1
j) A graphical representation of the distribution of data using bars of different heights is called a _____. (Histogram / Pie Chart / Scatter Plot / Box Plot) विभिन्न ऊंचाइयों की पट्टियों का उपयोग करके डेटा के वितरण का ग्राफिकल प्रतिनिधित्व _____ कहलाता है। (हिस्टोग्राम / पाई चार्ट / स्कैटर प्लॉट / बॉक्स प्लॉट)		2	5	1
Group (B) (ग्रुप -बी) **Answer all five questions. (सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दें।)**				**4x5=20**
Q.2 Given the matrices $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$, compute A × B and B × A. दिए गए मैट्रिसेस $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$, A × B और B × A की गणना करें।		4	3	3
OR (अथवा) Given two vectors $A = 2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath}$ and $B = 4\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}$, find the angle between A and B. दो सदिश $A = 2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath}$ और $B = 4\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}$ दिए गए हैं, A और B के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।		4	3	3
Q.3 If the population mean income is $50,000 with a standard deviation of $8,000, what is the standard error of the mean for a sample size of 64? यदि जनसंख्या की औसत आय $50,000 है तथा मानक विचलन $8,000 है, तो 64 के नमूना आकार के लिए माध्य की मानक त्रुटि क्या है?		4	5	3
OR (अथवा) Explain why the Central Limit Theorem is important when estimating the population mean using the sample mean, especially for large samples. समझाइए कि नमूना माध्य का उपयोग करके जनसंख्या माध्य का अनुमान लगाते समय, विशेष रूप से बड़े नमूनों के लिए, केंद्रीय सीमा प्रमेय क्यों महत्वपूर्ण है।		4	5	3
Q.4 Determine the values of k for which the function $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - k}$ is continuous for all real values of x. k के उन मानों को निर्धारित करें जिनके लिए फ़ंक्शन $f(x) = \frac{x^2-4}{x-k}$ x के सभी वास्तविक मानों के लिए सतत है।		4	2	3
OR (अथवा)				

	Find the derivative of the function $y = \frac{1}{\sqrt{x}} + x^x$. फलन $y = \frac{1}{\sqrt{x}} + x^x$ का डेरीवेटिव ज्ञात करें।	4	2	3
Q.5	Find the value of a, if $x - a$ is a factor of $x^3 - ax^2 + 2x + a - 1$ *यदि* $x - a$, $x^3 - ax^2 + 2x + a - 1$ *का एक गुणनखंड है, तो* a *का मान ज्ञात कीजिए*। **OR (अथवा)** Find the roots of the polynomial equation $2x^3 - 5x^2 + 3x - 1 = 0$. बहुपद समीकरण $2x^3 - 5x^2 + 3x - 1 = 0$ के मूल ज्ञात कीजिए।	4 4	1 1	3 3
Q.6	A box contains 6 red balls and 4 blue balls. Two balls are drawn with replacement. Calculate the probability that both balls are blue. एक बॉक्स में 6 लाल गेंदें और 4 नीली गेंदें हैं। दो गेंदों को प्रतिस्थापन के साथ निकाला जाता है। इस संभावना की गणना करें कि दोनों गेंदें नीली हैं। **OR (अथवा)** You are given two events, with probabilities P(A) = 0.6, P ($A \cap B$) = 0.2 and P(B) = 0.4. Calculate P(A∪B). आपको दो घटनाएँ दी गई हैं, जिनकी संभावनाएँ P(A) = 0.6 , P ($A \cap B$) = 0.2 और P(B) = 0.4 हैं। P(A∪B) की गणना करें।	4 4	4 4	3 3
	Group (C) (ग्रुप - सी)			
	Answer all five questions. (सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दें।) **6x5=30**	6	2	3
Q.7	Evaluate $\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$ $\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$ का मान निकाले। **OR (अथवा)** Find the second derivative of the function $y = \sin x^2 (\log x)^2$ फलन $y = \sin x^2 (\log x)^2$ का दूसरा व्युत्पन्न ज्ञात करें।	6	2	3
Q.8	Find the domain of following functions (i)f(x) = $\frac{2x-3}{\sqrt{x^2+2x+3}}$, (ii) f(x) = $\sqrt{x^2-7x+8}$. निम्नलिखित फलन का डोमेन ज्ञात करें। (i)f(x) = $\frac{2x-3}{\sqrt{x^2+2x+3}}$, (ii) f(x) = $\sqrt{x^2-7x+8}$ **OR (अथवा)** Only 3 students came to attend the class today, find the probability for exactly 4 students to attend the classes tomorrow. Use poisson distribution. आज केवल 3 छात्र कक्षा में भाग लेने आए, कल ठीक 4 छात्रों के कक्षा में उपस्थित होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। पॉइसन वितरण का प्रयोग करें.	6 6	1 1	3 3
Q.9	A population has a mean of 500 and a standard deviation of 100. If a sample of 64 is drawn, what is the probability that the sample mean will be greater than 520? किसी जनसंख्या का माध्य 500 तथा मानक विचलन 100 है। यदि 64 का एक नमूना लिया जाता है, तो क्या संभावना है कि नमूना माध्य 520 से अधिक होगा? **OR (अथवा)**	6	5	3

	A dataset contains the following values: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100. Calculate the mean, median, and standard deviation of this dataset. एक डेटासेट में निम्नलिखित मान हैं: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100. इस डेटासेट के माध्य, माध्यिका और मानक विचलन की गणना करें।	6	5	3
Q.10	Given the matrix $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$, find the eigen values and corresponding eigen vectors. मैट्रिक्स $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ दिया गया है, आइगेन मान और संबंधित आइगेन वैक्टर ज्ञात करें।	6	3	3
	OR (अथवा)			
	Solve the following system of equations using matrix methods: $x + y + z = 6$ $2x - y + z = 3$ $3x + 2y - z = 7$ मैट्रिक्स विधियों का उपयोग करके समीकरणों की निम्नलिखित प्रणाली को हल करें: $x + y + z = 6$ $2x - y + z = 3$ $3x + 2y - z = 7$	6	3	3
Q.11	A box contains 3 red balls and 2 green balls. A ball is randomly drawn and replaced, and then another ball is drawn. If the first ball drawn was red, what is the probability that the second ball drawn is also red? एक बॉक्स में 3 लाल गेंदें और 2 हरी गेंदें हैं। एक गेंद को यादृच्छिक रूप से निकाला जाता है और उसे बदल दिया जाता है, और फिर एक और गेंद निकाली जाती है। यदि निकाली गई पहली गेंद लाल थी, तो क्या संभावना है कि निकाली गई दूसरी गेंद भी लाल हो?	6	4	3
	OR (अथवा)			
	Consider a random variable X that represents the number of heads obtained when tossing a fair coin 3 times. Calculate the expected value of X. एक यादृच्छिक चर X पर विचार करें जो एक निष्पक्ष सिक्के को 3 बार उछालने पर प्राप्त होने वाले सिरों की संख्या को दर्शाता है। X का अपेक्षित मान परिकलित करें।	6	4	3

-------*****-------