Roll No:-_____

(Sem-3) Diploma Exam 2025 (Odd) Supp/Comp

[Time: 3 Hours] **C.S.E (Theory)** **[Full. Marks:70]**

Discrete Mathematics

(2018301)

- All questions are compulsory. (सभी प्रश्न अनिवार्य है।)

- Marks are mentioned on the right side of each question. (अंक सभी प्रश्न के दाई ओर अंकित किये है।)

Group (A) (ग्रुप -ए)

Q.1 Answer all questions as directed. **(2x10=20)**
(निर्देशानुसार सभी प्रश्नों के उत्तर दें)

	Marks	CO	BL
a) A proposition that is always false is called a _____. (Contingency/Tautology/Contradiction) एक तर्कवाक्य (proposition) जो हमेशा असत्य होता है, उसे ____ कहा जाता है। (आकस्मिकता/पुनरुक्ति/विरोधाभास)	2	1	1
b) The contrapositive of $p \rightarrow q$ is $\neg p \rightarrow \neg q$. (True/False) p → q का प्रतिपरिवर्तित (contrapositive) ¬p → ¬q है। (सत्य/असत्य)	2	1	2
c) If set A has n elements, then its power set, $P(A)$, has _____ elements. $(2n/n^2/2^n)$ यदि समुच्चय A में n अवयव हैं, तो इसके घात समुच्चय $P(A)$ में ___ अवयव होते हैं। $(2n/n^2/2^n)$	2	2	1
d) The cardinality of the set $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ is _____. (0/1/2) समुच्चय A = {∅, {∅}} की गणनांक (cardinality) ___ है। (0/1/2)	2	2	1
e) A relation R is transitive if $(a,b) \in R$ and $(b,c) \in R$ implies $(a,c) \in R$. (True/False) एक संबंध R संक्रामक (transitive) होता है यदि $(a,b) \in R$ और $(b,c) \in R$ का तात्पर्य $(a,c) \in R$ हो। (सत्य/असत्य)	2	3	1
f) Function is a special type of relation where every element in the domain has exactly one image in the co-domain. (True/False) फलन एक विशेष प्रकार का संबंध है जिसमें डोमेन के प्रत्येक अवयव का को-डोमेन में ठीक एक प्रतिबिम्ब (image) होता है। (सत्य/असत्य)	2	3	2
g) A linear recurrence relation with constant coefficients is homogeneous if the right-hand side is _____. (zero/non-zero) स्थिर गुणांकों वाला एक रैखिक पुनरावृत्ति संबंध (linear recurrence relation) सजातीय (homogeneous) होता है यदि इसका दाहिना पक्ष ___ हो। (शून्य/अशून्य)	2	4	1
h) A graph in which every vertex has the same degree is called a _____ graph. (regular/irregular)	2	4	1

एक ग्राफ जिसमें प्रत्येक शीर्ष की कोटि समान होती है, उसे ___ ग्राफ कहा जाता है। (नियमित/अनियमित)			
i) The value of ${}^7P_3$ is _____. (35/210/120) ${}^7P_3$ का मान ___ है। (35/210/120)	2	4	1
j) If A and B are independent events, then $P(A \cap B) =$ _____. $(P(A)/P(B)/P(A) \cdot P(B))$ यदि A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं, तो $P(A \cap B) =$ ___ है। $(P(A)/P(B)/P(A) \cdot P(B))$	2	5	1
Group (B) (ग्रुप -बी)			
Answer all five questions. (सभीपाँचप्रश्नोंकेउत्तरदें|) **4x5=20**			
Q.2 Check whether the proposition $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ is a tautology, contradiction, or contingency. जांच करें कि तर्कवाक्य $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ एक पुनरुक्ति (tautology), विरोधाभास (contradiction), या आकस्मिकता (contingency) है।	4	1	3
OR (अथवा)			
Without using truth tables, show that $p \rightarrow (p \vee q)$ is a tautology. सत्यता सारणी का उपयोग किए बिना, दिखाएं कि $p \rightarrow (p \vee q)$ एक पुनरुक्ति है।	4	1	3
Q.3 Let $A = \{a, b, c\}$, $B = \{c, d, e\}$, $C = \{e, f, g\}$. Verify that $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$. मान लीजिए $A = \{a, b, c\}$, $B = \{c, d, e\}$, $C = \{e, f, g\}$ है। सत्यापित करें कि $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ है।	4	2	3
OR (अथवा)			
If $n(A) = 20$, $n(B) = 30$, and $n(A \cup B) = 40$, find $n(A \cap B)$. यदि $n(A) = 20$, $n(B) = 30$, और $n(A \cup B) = 40$ है, तो $n(A \cap B)$ ज्ञात करें।	4	2	3
Q.4 Let $A = \{1, 2, 3\}$. Give an example of a relation on A that is reflexive. मान लीजिए A = {1,2,3} है। A पर एक ऐसे संबंध का उदाहरण दें जो स्वतुल्य (reflexive) हो।	4	3	3
OR (अथवा)			
Let $g: R \rightarrow R$ be defined by $g(x) = x^2$. Determine if this function is injective. Justify your answer. मान लीजिए $g: R \rightarrow R, g(x) = x^2$ द्वारा परिभाषित है। निर्धारित करें कि क्या यह फलन एकैकी (injective) है। अपने उत्तर का औचित्य सिद्ध करें।	4	3	3
Q.5 Find the first five terms of the sequence defined by the recurrence relation $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$ with $a_0 = 2$ and $a_1 = 7$. पुनरावृत्ति संबंध $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$ द्वारा परिभाषित अनुक्रम के पहले पांच पद ज्ञात करें, जहाँ $a_0 = 2$ और $a_1 = 7$ है।	4	4	3
OR (अथवा)			
Find the coefficient of x^5y^8 in the expansion of $(x + y)^{13}$. $(x + y)^{13}$ के विस्तार में x^5y^8 का गुणांक ज्ञात करें।	4	4	3
Q.6 Two fair coins are tossed. What is the probability of getting at least one head? दो निष्पक्ष सिक्के उछाले जाते हैं। कम से कम एक चित आने की प्रायिकता क्या है?	4	5	3
OR (**अथवा**)			
If $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.3$, and $P(A \cap B) = 0.1$, find $P(A \mid B)$. यदि P(A) = 0.5, P(B) = 0.3, और P(A ∩ B) = 0.1 है, तो P(A|B) ज्ञात करें।	4	5	3

Group (C) (**ग्रुप -सी)**

Answer all five questions. (**सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दें**।) **6x5 = 30**

Q.7 Use mathematical induction to prove that $n^3 - n$ is divisible by 3 for every positive integer n. गणितीय आगमन का उपयोग करके सिद्ध करें कि प्रत्येक धनात्मक पूर्णांक n के लिए $n^3 - n$, 3 से विभाज्य है।	6	1	3
OR (अथवा)			
Using a truth table, prove that $p \leftrightarrow q$ is logically equivalent to $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$. सत्यता सारणी का उपयोग करके सिद्ध करें कि $p \leftrightarrow q$ तार्किक रूप से $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ के समतुल्य है।	6	1	3
Q.8 Let A, B and C be sets. Prove De Morgan's Law: $(A \cup B)' = A' \cap B'$. मान लीजिए A, B और C समुच्चय हैं। डी मॉर्गन का नियम सिद्ध करें: $(A \cup B)' = A' \cap B'$।	6	2	3
OR (अथवा)			
Out of 800 boys in a school, 224 played cricket, 240 played hockey, and 336 played basketball. Of the total, 64 played both basketball and hockey; 80 played cricket and basketball and 40 played cricket and hockey; 24 played all three games. Find the number of boys who did not play any game. एक स्कूल में 800 लड़कों में से, 224 क्रिकेट खेलते थे, 240 हॉकी खेलते थे, और 336 बास्केटबॉल खेलते थे। कुल में से, 64 बास्केटबॉल और हॉकी दोनों खेलते थे; 80 क्रिकेट और बास्केटबॉल खेलते थे और 40 क्रिकेट और हॉकी खेलते थे; 24 तीनों खेल खेलते थे। उन लड़कों की संख्या ज्ञात करें जो कोई भी खेल नहीं खेलते थे।	6	2	3
Q.9 Define an equivalence relation. तुल्यता संबंध को परिभाषित करें।	6	3	3
OR (**अथवा)**			
Let $f: A \rightarrow B$ and $g: B \rightarrow C$ be two functions. If $f(x) = x^2$ and $g(x) = x + 1$, find $(fog)(x)$ and $(gof)(x)$. मान लीजिए f: A → B और g: B → C दो फलन हैं। यदि $f(x) = x^2$ और $g(x) = x + 1$ है, तो $(fog)(x)$ और $(gof)(x)$ ज्ञात करें।	6	3	3
Q.10 Draw the graph K_5 (complete graph with 5 vertices). Does it have an Euler circuit? ग्राफ K_5 (5 शीर्षों वाला पूर्ण ग्राफ) बनाएं। क्या इसमें यूलर परिपथ (Euler circuit) है ?	6	4	3
OR (अथवा)			
From a group of 9 people consisting 4 men and 5 women, how many committees of 5 persons can be formed such that the committee has exactly 3 men? 9 लोगों के एक समूह में 4 पुरुष और 5 महिलाएं हैं। इस समूह से 5 व्यक्तियों की एक समिति बनायीं जानी है। येसी समितियों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनमें ठीक 3 पुरुष हों ?	6	4	3
Q.11 A box contains 6 red, 4 white, and 5 black balls. A person draws 4 balls from the box at random. Find the probability that among the balls drawn, there is at least one ball of each color. एक बक्से में 6 लाल, 4 सफेद और 5 काली गेंदें हैं। एक व्यक्ति यादृच्छिक रूप से बक्से से 4 गेंदें निकालता है। इस बात की प्रायिकता ज्ञात करें कि निकाली गई गेंदों में प्रत्येक रंग की कम से कम एक गेंद हो।	6	5	3
OR (अथवा)			
Let X be a random variable with the following probability distribution:	6	5	3

X :	0	1	2	3
$P(X)$:	0.1	0.2	0.3	0.4

Find (i) The mean (Expected value) of X, $E(X)$.
(ii) The variance of X, $Var(X)$.

मान लीजिए X निम्नलिखित प्रायिकता बंटन के साथ एक यादृच्छिक चर (random variable**)** है:

X :	0	1	2	3
$P(X)$:	0.1	0.2	0.3	0.4

(i) X का माध्य (अपेक्षित मान), $E(X)$ ज्ञात करें।

(ii) X का प्रसरण **(**variance), $Var(X)$ ज्ञात करें।
