

[Time: 3 Hours]

Roll No: - _____
(Sem-II / I) Diploma Exam 2024 (Even)

(Common Branch) (Theory)
Mathematics-I (2001101-P)

[Full. Marks: 70]

- All questions are compulsory. (सभी प्रश्न अनिवार्य हैं)
- Marks are mentioned on the right side of each question. (अंक सभी प्रश्न के दाइंगे ओर अंकित किये हैं)

Group (A) (ग्रुप -ए)

Q.1 Answer all questions as directed.

(2x10=20)

(निर्देशानुसार सभी प्रश्नों के उत्तर दें)

a) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \dots \dots \dots$
 $(0 / \pi/2 / \pi/4 / \pi/3)$

| Marks | CO | BL |
|-------|----|----|
| 2 | 1 | 1 |
| 2 | 3 | 2 |
| 2 | 2 | 2 |
| 2 | 3 | 2 |
| 2 | 3 | 2 |
| 2 | 1 | 2 |
| 2 | 2 | 1 |
| 2 | 3 | 3 |
| 2 | 2 | 1 |

b) If A and B are two square matrices of order 3 such that $|A| = -1$ and $|B|=3$ then $|3AB| = \dots \dots \dots$

यदि A और B क्रम 3 के दो वर्ग मैट्रिक्स हैं, $|A|=-1$ और $|B| = 3$ तो $|3AB| = \dots \dots \dots$
 $(-81 / 9 / -9 / 1)$

c) The ratio in which the point P(1,2) divides the join of A (-2,1) and B(7,4) is
 $A(-2,1)$ और $B(7,4)$ के जोड़ को बिंदु P(1,2) किस अनुपात में विभाजित करता है?

$$\left(\frac{1}{3} / \frac{1}{2} / \frac{2}{1} / \frac{1}{4}\right)$$

d) $\frac{1}{6!} + \frac{1}{7!} = \frac{x}{8!}$, then $x =$
 $\frac{1}{6!} + \frac{1}{7!} = \frac{x}{8!}$, तो $x =$
 $(64 / 48 / 32/56)$

e) In how many ways can 5 persons occupy 3 seats?

5 व्यक्ति 3 सीटों पर कितने प्रकार से बैठ सकते हैं?

- (a) 15 (b) 20 (c) 30 (d) 60

f) $\tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \tan 4^\circ \dots \dots \tan 89^\circ = \dots \dots \dots$
 $(0 / 1 / -1 / \infty)$

g) is the midpoint of (1,2) and (3,8)?

..... (1,2) और (3,8) का मध्य बिंदु है।

$$(5,2) / (2,5) / (-1, -3) / (1,3)$$

h) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n = 1$, then least integral value of n is.....
 $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n = 1$, तो n का सबसे छोटा अभिन्न मान क्या है?
 $(a) 2 \quad (b) 4 \quad (c) 8 \quad (d) 6$

i) Find the slope of the line if inclination made by the line is 30° .

यदि रेखा द्वारा किया गया झुकाव 30° है, तो रेखा की ढलान ज्ञात कीजिये।

$$(\sqrt{3} / \frac{1}{\sqrt{3}} / \frac{1}{2} / \frac{\sqrt{3}}{2})$$

j) Partial fraction of $\frac{1}{x(x+2)}$ is.....

$\frac{1}{x(x+2)}$ का आंशिक भिन्न क्या है?

$$\left[\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) / \frac{1}{2x} - \frac{1}{2(x+2)} / \frac{1}{2x} + \frac{1}{2(x+2)} / \frac{1}{2x} - \frac{1}{(x+2)} \right]$$

Group (B) (ग्रुप -बी)

Answer all five questions. (सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दें।)

4x5=20

Q.2 Find the Centre and radius of the circle $x^2 + y^2 - 4x - 8y - 45 = 0$

$x^2 + y^2 - 4x - 8y - 45 = 0$ वृत्त का केंद्र और त्रिज्या ज्ञात कीजिये।

OR (अथवा)

Find the equation of the ellipse whose foci are at $(0, \pm 4)$ and $e = \frac{4}{5}$

दीर्घवृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका फोकस $(0, \pm 4)$ और $e = \frac{4}{5}$

Q.3 Prove that $\sin(x - \frac{\pi}{6}) + \cos(x - \frac{\pi}{3}) = \sqrt{3} \sin x$

सिद्ध कीजिए $\sin(x - \frac{\pi}{6}) + \cos(x - \frac{\pi}{3}) = \sqrt{3} \sin x$

OR (अथवा)

If $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y + \tan^{-1}z = \frac{\pi}{2}$ then prove that $xy + yz + zx = 1$

यदि $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y + \tan^{-1}z = \frac{\pi}{2}$, सिद्ध कीजिए $xy + yz + zx = 1$

Q.4 Say whether the given system is consistent or not

$$x + 3y = 6$$

$$2x + 4y = 2$$

If consistent the find the solution using Cramer's Rule.

बताएं कि दी गई प्रणाली सुसंगत है या नहीं

$$x + 3y = 5$$

$$2x + 6y = 8$$

यदि सुसंगत हो तो क्रैमर नियम का उपयोग करके हल ज्ञात कीजिये।

OR (अथवा)

Express the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -6 & 8 & 3 \\ -4 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric and skew-symmetric matrix.

मैट्रिक्स $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -6 & 8 & 3 \\ -4 & 6 & 5 \end{bmatrix}$ को एक सममित और तिरछा-सममित मैट्रिक्स के योग के रूप में व्यक्त करें।

Q.5 Express $\frac{(3-2i)(2+3i)}{(1+2i)}$ in the form of $(a+ib)$

$\frac{(3-2i)(2+3i)}{(1+2i)}$ को $(a+ib)$ के रूप में व्यक्त करें।

OR (अथवा)

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 3 | 2 |
| 4 | 2 | 2 |
| 4 | 2 | 3 |
| 4 | 1 | 3 |
| 4 | 1 | 3 |
| 4 | 3 | 3 |
| 4 | 3 | 3 |
| 4 | 3 | 3 |

If $(x + iy) = \frac{a+ib}{a-ib}$, Prove that $x^2 + y^2 = 1$.

अगर $(x + iy) = \frac{a+ib}{a-ib}$, फिर साबित करो कि $x^2 + y^2 = 1$

- Q.6** Resolve $\frac{2x+3}{(x-2)(x+5)}$ into partial fraction.

$\frac{2x+3}{(x-2)(x+5)}$ को आंशिक भिन्न में हल करें।

OR (अथवा)

Find the number of different 8-letter arrangements that can be made from the letters of the word “DAUGHTER” so that all vowels do not occur together.

“DAUGHTER” शब्द के अक्षरों से की जा सकने वाली विभिन्न 8-अक्षरों की व्यवस्थाओं की संख्या ज्ञात कीजिये ताकि सभी स्वर एक साथ न हों।

Group (C) (गुण - सी)

Answer all five questions. (सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दें।)

6x5=30

- Q.7** Find the equation of the line passing through the point of intersection of the lines $4x+7y-3=0$ and $2x-3y+1=0$, which has equal intercepts on the axes.

रेखाओं $4x+7y-3=0$ और $2x-3y+1=0$ के प्रतिच्छेदन बिंदु से गुजरने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए, जिसमें अक्षों पर समान अंतःखंड हैं।

OR (अथवा)

Find the equation of the circle which passes through the origin and cuts off intercepts -2 and 3 from the x - axis and the y - axis respectively.

वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूल पृष्ठ से होकर गुजरता है और क्रमशः -2 और 3 से x - अक्ष और y -अक्ष से अवरोधन को काटता है।

- Q.8** Find the coefficient of x^6y^3 in the expansion of $(x + 2y)^9$
 $(x + 2y)^9$ के विस्तार में x^6y^3 का गुणांक ज्ञात कीजिये।

OR (अथवा)

Prove that $\frac{(1+\cos\theta+i\sin\theta)^n}{(1+\cos\theta-i\sin\theta)^n} = \cos n\theta + i \sin n\theta$

सिद्ध करें $\frac{(1+\cos\theta+i\sin\theta)^n}{(1+\cos\theta-i\sin\theta)^n} = \cos n\theta + i \sin n\theta$.

- Q.9** Prove that : $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma + \cos(\alpha + \beta + \gamma) = 4 \cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cos\frac{\beta+\gamma}{2} \cos\frac{\gamma+\alpha}{2}$

सिद्ध करें : $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma + \cos(\alpha + \beta + \gamma) = 4 \cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cos\frac{\beta+\gamma}{2} \cos\frac{\gamma+\alpha}{2}$

OR (अथवा)

Draw the graph of $\sin x$ between $-\pi \leq x \leq \pi$.

$-\pi \leq x \leq \pi$ के बीच $\sin x$ का ग्राफ खींचें।

- Q.10** Find the equation of the Circle that Passes through Three Points $(1, - 6)$, $(2, 1)$, and $(5, 2)$. Also, Find the coordinates of its center and the length of the radius.

उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जो तीन बिंदुओं $(1, - 6)$, $(2, 1)$, और $(5, 2)$ से होकर गुजरता है। साथ ही, इसके केंद्र के निर्देशांक और त्रिज्या की लंबाई भी ज्ञात करें।

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 3 | 3 |
| 4 | 3 | 2 |
| 4 | 3 | 3 |
| 6 | 2 | 3 |
| 6 | 2 | 3 |
| 6 | 3 | 3 |
| 6 | 3 | 3 |
| 6 | 1 | 3 |
| 6 | 1 | 3 |
| 6 | 2 | 3 |

OR (अथवा)

Find the equation of the parabola whose focus is (3, -4) and directrix $x - y + 5 = 0$.

उस परवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका फोकस (3, -4) और नियतांक $x - y + 5 = 0$ है।

- Q.11** Solve the following system of equations using Matrix method

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2z = 7$$

$$3x + y + z = 12$$

मैट्रिक्स का उपयोग करके, ऐविक समीकरणों की निम्नलिखित प्रणाली को हल करें।

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2z = 7$$

$$3x + y + z = 12$$

OR (अथवा)

Using Properties of Determinants, Prove that

$$\begin{vmatrix} x+4 & 2x & 2x \\ 2x & x+4 & 2x \\ 2x & 2x & x+4 \end{vmatrix} = (5x+4)(x-4)^2$$

निर्धारकों के गुणों का उपयोग करते हुए, साबित करें कि

$$\begin{vmatrix} x+4 & 2x & 2x \\ 2x & x+4 & 2x \\ 2x & 2x & x+4 \end{vmatrix} = (5x+4)(x-4)^2$$

| | | |
|---|---|---|
| 6 | 2 | 3 |
| 6 | 3 | 3 |
| 6 | 3 | 2 |
| | | |

-----*****-----