

- All questions are compulsory. (सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।)
- Marks are mentioned on the right side of each question. (अंक सभी प्रश्न के दाईं ओर अंकित किये हैं।)

## Group (A) (ग्रुप -ए)

Q.1 Choose the most suitable answer from the following options.

(1\*20=20)

(सर्वाधिक उपर्युक्त विकल्प को चुनकर लिखें।) :-

- i. The domain of  $F(x) = \frac{x}{x^2-3x+2}$  is  
( $F(x) = \frac{x}{x^2-3x+2}$  का प्रभाव क्षेत्र है।)
- (a)  $R - (1,2)$  (b)  $R - \{1,2\}$  (c)  $R - [1,2]$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- ii. The range of function  $F(x) = \frac{1}{2-\cos x}$  is  
( $F(x) = \frac{1}{2-\cos x}$  का परिसर है।)
- (a)  $(\frac{1}{3}, 1)$  (b)  $[\frac{1}{3}, 1]$  (c)  $(\frac{1}{3}, -1)$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- iii. If  $F(x) = \frac{x}{x-1}$ , then  $\frac{F(a)}{F(a+1)}$  is equal to  
(यदि  $F(x) = \frac{x}{x-1}$ , तब  $\frac{F(a)}{F(a+1)}$  बराबर है।)
- (a)  $F(a^2)$  (b)  $F(\frac{1}{a})$  (c)  $F(-a)$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- iv. The value of  $L + \frac{\sin x^0}{x}$  is  
( $L + \frac{\sin x^0}{x}$  का मान है।)
- (a)  $\frac{\pi x}{180}$  (b)  $\rightarrow \frac{180}{\pi}$  (c)  $\frac{\pi}{180}$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- v. The value of  $L + \frac{x^2-3x+2}{3x^2+x-3}$  is  
( $L + \frac{x^2-3x+2}{3x^2+x-3}$  का मान है।)
- (a)  $\frac{-2}{3}$  (b)  $\frac{1}{3}$  (c)  $\rightarrow -\frac{1}{3}$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- vi. If  $x = a \cos \theta, y = a \sin \theta$ , then the value of  $\frac{dy}{dx}$  is  
(यदि  $x = a \cos \theta, y = a \sin \theta$ , तब  $\frac{dy}{dx}$  का मान है।)
- (a)  $\cot \theta$  (b)  $-\cot \theta$  (c)  $\tan \theta$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- vii. If  $y = \tan x^0$ , then the value of  $\frac{dy}{dx}$  is  
(यदि  $y = \tan x^0$ , तब  $\frac{dy}{dx}$  का मान है।)
- (a)  $\frac{180}{\pi} \sec^2 x^0$  (b)  $\frac{\pi x}{180} \sec^2 x^0$  (c)  $\rightarrow \frac{\pi}{180} \sec^2 x^0$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

viii. The value of  $\int \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 dx$  is

( $\int \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 dx$  का मान है |)

- (a)  $\frac{x}{2} + \log x - 2x + c$  (b)  $\frac{x^2}{2} + \log x - 2x + c$  (c)  $\frac{x^2}{2} + 2 \log x - 2x + c$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

ix. The value of  $\int \sqrt{1 + \cos x} \cdot dx$  is

( $\int \sqrt{1 + \cos x} \cdot dx$  का मान है |)

- (a)  $2\sqrt{2} \cos \frac{x}{2} + c$  (b)  $\sqrt{2} \sin \frac{x}{2} + c$  (c)  $2\sqrt{2} \sin \frac{x}{2} + c$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

x. The value of  $\int \tan x \cdot dx$  is

( $\int \tan x \cdot dx$  का मान है |)

- (a)  $\log(\sec x) + c$  (b)  $\log(\cos x) + c$  (c)  $\log(\sin x) + c$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

xi. The value of  $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{x} dx$  is

( $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{x} dx$  का मान है |)

- (a)  $-2\sqrt{2} \cos \sqrt{x} + c$  (b)  $-2 \cos \sqrt{x} + c$  (c)  $2 \cos \sqrt{x} + c$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

xii. The value of  $\int x \cdot e^x \cdot dx$  is

( $\int x \cdot e^x \cdot dx$  का मान है |)

- (a)  $(1 - x)e^x + c$  (b)  $-(x - 1)e^x + c$  (c)  $(x - 1)e^x + c$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

xiii. The value of  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot dx$  is

( $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot dx$  का मान है |)

- (a) 0 (b) 1 (c)  $\frac{1}{2}$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

xiv. The value of  $\int_{-1}^1 x^3 \cdot e^{x^2} \cdot dx$  is

( $\int_{-1}^1 x^3 \cdot e^{x^2} \cdot dx$  का मान है |)

- (a)  $\frac{3}{2}$  (b) 1 (c) 0 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

xv. The modulus of the vectors  $7\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$  is

(सदिश  $7\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$  का मापांक है |)

- (a)  $3\sqrt{6}$  (b)  $2\sqrt{6}$  (c)  $6\sqrt{3}$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

xvi. If  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$  and  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$ , then

(यदि  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$  और  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$ , तब)

- (a)  $\vec{a}$  is perpendicular to  $\vec{b}$  ( $\vec{a}$  लम्ब है  $\vec{b}$ )  
(b)  $\vec{a}$  is parallel to  $\vec{b}$  ( $\vec{a}$  समानान्तर है  $\vec{b}$ )  
(c)  $\vec{a} = 0$  or to  $\vec{b} - \vec{c} = 0$  ( $\vec{a} = 0$  और  $\vec{b} - \vec{c} = 0$ )  
(d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

- xvii.** The dot product of the vectors  $2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$  and  $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$  is  
(सदिश  $2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$  और  $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$  का अदिश गुणन है,।)  
(a) 0 (b) 1 (c) 10 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xviii.** The angle between two vectors  $2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$  and  $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$  is  
(सदिश  $2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$  और  $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$  के बीच का कोण है | )  
(a) 0 (b)  $\frac{\pi}{2}$  (c)  $\frac{\pi}{3}$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xix.** The degree and order of the differential equation  $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \log x$  is  
(अवकल समीकरण  $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \log x$  का घात एवं कोटी है | )  
(a) 2 and 1 (2 और 1) (b) 1 and 2 (1 और 2) (c) 2 and 2 (2 और 2) (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xx.**  $2x/4y$  is written in mat lab  
( $2x/4y$  को मैटलैब में लिखा जाता है।)  
(a)  $\frac{2 \times x}{4 \times y}$  (b)  $\rightarrow (2 \times x) \div (4 \times y)$  (c)  $(2 * x)/(4 * y)$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

**Group (B) (ग्रुप -बी)**

**Q.2** Find  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta}{\theta}$  4  
(मान निकालें  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta}{\theta}$ )

**OR (अथवा)**

If  $F(x) = \frac{a \sin 2x}{x}$ , when  $x > 0$  4  
 $= 2$ , when  $x = 0$   
 $= 2b(\sqrt{1+x} - 1)$ , when  $x < 0$   
 And  $f(x)$  is continuous at  $x = 0$ , find the value of  $a$  and  $b$

(यदि  $F(x) = \frac{a \sin 2x}{x}$ , जब  $x > 0$   
 $= 2$ , जब  $x = 0$   
 $= 2b(\sqrt{1+x} - 1)$ , जब  $x < 0$   
 और  $f(x)$ ,  $x = 0$  पर सतत है, तो  $a$  और  $b$  का मान निकालें |)

**Q.3** If  $y = \sin \sqrt{x} + \cos \sqrt[2]{x}$ , find  $\frac{dy}{dx}$  4  
(यदि  $y = \sin \sqrt{x} + \cos \sqrt[2]{x}$ , तो  $\frac{dy}{dx}$  निकालें |)

**OR (अथवा)**

If  $x^m y^n = (x + y)^{m+n}$ , find  $\frac{dy}{dx}$  4  
(यदि  $x^m y^n = (x + y)^{m+n}$ , तो  $\frac{dy}{dx}$  निकालें |)

**Q.4** Evaluate  $\int \frac{3x+5}{\sqrt{7x+9}} dx$  4  
( $\int \frac{3x+5}{\sqrt{7x+9}} dx$  का मान निकालें |)

**OR (अथवा)**

Evaluate  $\int \frac{dx}{x \log x \cdot \log(\log x)}$   
 ( $\int \frac{dx}{x \log x \cdot \log(\log x)}$  का मान निकालें।)

4

**Q.5** If  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ , show that the vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  are perpendicular to each other.  
 (यदि  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$  तो दिखायें कि सदिश  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  एक-दूसरे पर लम्ब हैं।)  
**OR (अथवा)**

4

If  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  are three vectors and  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$  prove that  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}$   
 (यदि  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  तीन सदिश हों, और  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$  हो, तो सिद्ध करें कि  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}$ )

4

**Q.6** Form the differential equation for the family of curves given by  $y = Ae^{3x} + Be^{5x}$  when A and B are parameters.

4

(वक्र-कुल  $y = Ae^{3x} + Be^{5x}$  के लिए अवकल समीकरण की रचना कीजिए, जहाँ A और B प्राचल हैं।)

**OR (अथवा)**

Form the differential equation of all circles which have their centre on the axes of x and have a given radius a.

4

(सभी वृत्तों, जिनके केन्द्र x-अक्ष पर स्थित हैं और प्रत्येक की त्रिज्या a हो, का अवकल समीकरण प्राप्त कीजिए।)

### Group (C) (ग्रुप - सी)

**Q.7** Find the d.c. of  $\sec \frac{x^0}{3}$  from the first principle.

6

( $\sec \frac{x^0}{3}$  का अवकल गुणांक प्रथम सिद्धान्त से निकालें।)

**OR (अथवा)**

If  $y = (\sin x)^{\cos x} + (\cos x)^{\sin x}$ , find  $\frac{dy}{dx}$   
 (यदि  $y = (\sin x)^{\cos x} + (\cos x)^{\sin x}$ , तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात करें।)

6

**Q.8** Evaluate  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x \cdot dx}{(1 + \sin x)(2 + \sin x)}$   
 (मान निकालें  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x \cdot dx}{(1 + \sin x)(2 + \sin x)}$ )

6

**OR (अथवा)**

Evaluate  $\int \frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x}} \cdot dx$   
 (मान निकालें  $\int \frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x}} \cdot dx$ )

6

**Q.9** Evaluate  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} \cdot dx$   
 (मान निकालें  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} \cdot dx$ )

6

**OR (अथवा)**

Find the area enclosed between the curve  $y = ux^2$  and  $y^2 = 2x$   
 (वक्र  $y = ux^2$  और  $y^2 = 2x$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल निकालें।)

6

**Q.10** If  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  are non-coplanar vectors, show that the following vectors are coplanar  $\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}, -2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}, \vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$

6

(यदि  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  नैकतलीय सदिश हों तो दिखायें कि निम्नांकित सदिश एकतलीय हैं  $\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}, -2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}, \vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$ )

**OR (अथवा)**

Two forces  $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$  and  $-2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$  are applied at the point  $3\vec{i} - \vec{j}$ . Find the moment of the force system about the point  $2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ . 6

(दो बल  $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$  तथा  $-2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$  बिन्दु  $3\vec{i} - \vec{j}$  पर कार्यरत हैं। बिन्दु  $2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$  के परितः बल का आघूर्ण निकालें।)

**Q.11** Solve the following differential equation  $\frac{dy}{dx} = \sec(x + y)$  6

(निम्न अवकल समीकरण को हल करें  $\frac{dy}{dx} = \sec(x + y)$ )

**OR** (अथवा)

Solve the following differential equation  $\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = ax + by$  6

(निम्न अवकल समीकरण को हल करें  $\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = ax + by$ )

-----\*\*\*\*\*-----