

Sem- I / II Diploma Exam 2023 (Odd)
(Common Branch) (Theory)
Mathematics-I (2001101-P)

[Time: 3 Hours]

[Max. Marks: 70]

- All questions are compulsory. (सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।)
- Marks are mentioned on the right side of each question. (अंक सभी प्रश्न के दाईं ओर अंकित किये हैं।)

Group (A) (ग्रुप -ए)

Q.1 Choose the most suitable answer from the following options.

(1*20=20)

(सर्वाधिक उपर्युक्त विकल्प को चुनकर लिखें।)

- i.** Number of terms in the expansion of $(2x + 3y)^4$ is equal to
 (($2x + 3y$)⁴ के विस्तार में पदों की संख्या किसके बराबर है?)
 (a) 8 (b) 3 (c) 6 (d) 5
- ii.** If $n_{C_{12}} = n_{C_8}$ then n is equal to (यदि $n_{C_{12}} = n_{C_8}$ तो n बराबर है।)
 (a) 20 (b) 12 (c) 6 (d) 30
- iii.** If $n_{P_r} = 840$ and $n_{C_r} = 35$ then r is equal to (यदि $n_{P_r} = 840$ और $n_{C_r} = 35$ तो r बराबर है।)
 (a) 5 (b) 6 (c) 4 (d) None of These (इनमें से कोई नहीं)
- iv.** The Value of $\cos 1^\circ \cos 2^\circ \cos 3^\circ \cos 4^\circ \dots \dots \dots \cos 179^\circ$ is equal to
 ($\cos 1^\circ \cos 2^\circ \cos 3^\circ \cos 4^\circ \dots \dots \dots \cos 179^\circ$ किसके बराबर है ?)
 (a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) 0 (c) 1 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- v.** $\tan(-945^\circ) =$
 (a) -1 (b) 1 (c) $\frac{-1}{\sqrt{3}}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- vi.** The Domain of $\sin^{-1}x$ is ($\sin^{-1}x$ का डोमेन क्या है?)
 (a) $(-\pi, \pi)$ (b) $[-1, 1]$ (c) $(0, 2\pi)$ (d) $(-\infty, \infty)$
- vii.** $i^2 + i^{24} + i^8 =$
 (a) 0 (b) 1 (c) i (d) -1
- viii.** If $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ then $A^5 =$ (अगर $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ तब $A^5 =$)
 (a) 5A (b) 10A (c) 16I (d) 32I
- ix.** The Value of x for which the matrix $\begin{bmatrix} 9 & x-6 \\ 3 & x \end{bmatrix}$ is singular.
 (x का मान ज्ञात कीजिये जिसके लिए मैट्रिक्स $\begin{bmatrix} 9 & x-6 \\ 3 & x \end{bmatrix}$ सिंगुलर है।)
 (a) -3 (b) 0 (c) 3 (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)
- x.** If $Z = 4 + 3i$ then $|Z|$ is equal to (यदि $Z = 4 + 3i$ है, तो $|Z| =$)
 (a) 9 (b) 7 (c) 5 (d) 8

xi. Two lines are said to be parallel if slope of both are (दो रेखाओं को समानांतर कहा जाता है, यदि दोनों का ढलान है)
 (a) Equal (बराबर) (b) not equal (बराबर नहीं) (c) Perpendicular (लम्बवत) (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

xii. The distance of a point A (2,3) from y-axis is (बिंदु A (2,3) की y-अक्ष से दूरी क्या है?)
 (a) 3 units (3 इकाई) (b) 2 units (2 इकाई) (c) -3 units (-3 इकाई) (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

xiii. The slope of a line through the points (0,3) and (7,3) is (बिंदुओं (0,3) और (7,3) के माध्यम से एक रेखा का ढलान क्या है)
 (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

xiv. The partial fraction of $\frac{1}{(x+2)(x+3)}$ is ($\frac{1}{(x+2)(x+3)}$ का आंशिक भिन्न है।)
 (a) $\frac{1}{(x+3)} - \frac{1}{(x+2)}$ (b) $\frac{1}{(x+2)} - \frac{1}{(x+3)}$ (c) $\frac{1}{(x+2)} + \frac{1}{(x+3)}$ (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

xv. If A and B are square matrices of same order, then (यदि A और B समान क्रम के वर्ग मैट्रिक्स हैं, तो)
 (a) $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$ (b) $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$ (c) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

xvi. Equation of line passing through (0,3) and parallel to Y axis is ((0,3) से गुजरने वाली और Y अक्ष के समानांतर से गुजरने वाली रेखा का समीकरण क्या है?)
 (a) X=3 (b) Y=3 (c) X=0 (d) Y=0

xvii. $(1 + \tan x)(1 + \tan y) = 2$ then $(x + y) =$
 (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

xviii. $\text{Arg}(1+i) =$
 (a) π (b) $\frac{\pi}{2}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{4}$

xix. Find the radius of the circle $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$
 (वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिये $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$)
 (a) 4 (b) 5 (c) 2 (d) $\sqrt{3}$

xx. Which term contains x^7 in the expansion of $(2x^2 - \frac{3}{x})^{11}$ ($(2x^2 - \frac{3}{x})^{11}$ के विस्तार में किस पद में x^7 शामिल है?)
 (a) 6th (b) 7th (c) 8th (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

Group (B) (ग्रुप -बी)

Q.2 Find the equation of the line passing through the point $(-2, -4)$ and perpendicular to the line $3x - y + 5 = 0$ **4**

(बिंदु $(-2, -4)$ से गुजरने वाली और रेखा $3x - y + 5 = 0$ के लंबवत रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिये।)

OR (अथवा)

Find the angle between the lines $\sqrt{3}x + y = 1$ and $x + \sqrt{3}y = 1$ **4**
 ($\sqrt{3}x + y = 1$ और $x + \sqrt{3}y = 1$ रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात कीजिये।)

Q.3 Prove that $\frac{\sin 3x - \sin x}{\cos x - \cos 3x} = \cot 2x$ 4

(सिद्ध कीजिए $\frac{\sin 3x - \sin x}{\cos x - \cos 3x} = \cot 2x$.)

OR (अथवा)

Prove that $\tan^{-1}\left(\frac{\sin x}{1 + \cos x}\right) = \frac{x}{2}$ 4

(सिद्ध करो $\tan^{-1}\left(\frac{\sin x}{1 + \cos x}\right) = \frac{x}{2}$)

Q.4 If $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{100} = a+ib$, Find the value of a and b. 4

(यदि $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{100} = a+ib$, तो a और b का मान ज्ञात करो।)

OR (अथवा)

Convert the Complex number $1+i\sqrt{3}$ into polar form. 4

(कॉम्प्लेक्स $1+i\sqrt{3}$ संख्या को ध्रुवीय रूप में परिवर्तित करें।)

Q.5 Find the equation of a line whose inclination with the X-axis is 30° and which passes through the point (0,5) 4

(उस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिये जिसका X-अक्ष के साथ झुकाव 30° है और जो बिंदु (0,5) से होकर गुजरती है।)

OR (अथवा)

Find the equation of the parabola with vertex at the origin and focus at F(-2,0). 4

(मूल में शीर्ष बिंदु के साथ पैराबोला का समीकरण ज्ञात कीजिये और F(-2,0) पर फोकस कीजिये।)

Q.6 Use Cramer's rule to solve the following system of linear equations 4

$$5x + 2y = 4,$$

$$7x + 3y = 5.$$

(रेखिक समीकरणों की निम्नलिखित प्रणाली को हल करने के लिए क्रैमर के नियम का उपयोग करें।)

$$5x + 2y = 4,$$

$$7x + 3y = 5$$

OR (अथवा)

Prove that $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$ 4

(सिद्ध कीजिए $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$.)

Group (C) (ग्रुप - सी)

Q.7 Find the coefficient of x^6y^3 in the expansion of $(x + 2y)^9$. 6

(($(x + 2y)^9$ के विस्तार में x^6y^3 का गुणांक ज्ञात कीजिये।)

OR (अथवा)

Find the number of different 8-letter arrangements that can be made from the letters of the word "DAUGHTER" so that all vowels do not occur together. 6

("DAUGHTER" शब्द के अक्षरों से की जा सकने वाली विभिन्न 8-अक्षरों की व्यवस्थाओं की संख्या ज्ञात कीजिये ताकि सभी स्वर एक साथ न हों।)

Q.8 Find the equation of a circle which passes through the origin and cuts off intercepts -2 and 3 from the x - axis and the y -axis respectively. 6

(एक वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिये जो मूल से गुजरता है और क्रमशः x -अक्ष और y -अक्ष से अवरोध -2 और 3 को काट देता है।)

OR (अथवा)

Find the image of the point $P (3,8)$ with respect to the line $x + 3y = 7$, assuming the given line to be a plane mirror. 6

(दी गई रेखा को समतल दर्पण मानकर रेखा $x + 3y = 7$ के संदर्भ में बिंदु $P (3,8)$ की प्रतिबिम्ब ज्ञात कीजिये।)

Q.9 Resolve $\frac{9}{(x-1)(x+2)^2}$ into partial fractions. 6

($\frac{9}{(x-1)(x+2)^2}$ को आंशिक अंशों में हल करें।)

OR (अथवा)

Resolve $\frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{(x-4)(x-5)(x-6)}$ into partial fraction. 6

($\frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{(x-4)(x-5)(x-6)}$ को आंशिक अंश में हल करें।)

Q.10 Prove that $\cot 2x \cot x - \cot 3x \cot 2x - \cot 3x \cot x = 1$ 6

(सिद्ध कीजिए: $\cot 2x \cot x - \cot 3x \cot 2x - \cot 3x \cot x = 1$)

OR (अथवा)

Draw the Graph of $\sin x$ when $-\pi \leq x \leq \pi$. 6

($\sin x$ का ग्राफ आरेखित कीजिये, जब $-\pi \leq x \leq \pi$.)

Q.11 If $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 7 & 2 & -6 \\ -2 & 1 & -3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$, Find AB . Hence, solve the system of equations 6

$x - 2y = 10,$
 $2x + y + 3z = 8,$
 $-2y + z = 7.$

(यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 7 & 2 & -6 \\ -2 & 1 & -3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ है, तब AB का मान ज्ञात कीजिये।

इसका उपयोग करके, समीकरणों की प्रणाली को हल करें।)

$x - 2y = 10,$
 $2x + y + 3z = 8,$
 $-2y + z = 7.$

OR (अथवा)

Using Matrices, solve the following system of linear equations: 6

$3x + 4y + 2z = 8$
 $2y - 3z = 3$
 $x - 2y + 6z = -2$

(मैट्रिक्स का उपयोग करके, रेखिक समीकरणों की निम्नलिखित प्रणाली को हल करें:)

$3x + 4y + 2z = 8$
 $2y - 3z = 3$
 $x - 2y + 6z = -2$

-----*****-----